



Capítulo 2:

Gráficos de Funções Polinomiais

Introdução

Depois das retas, as funções mais simples de se estudar são as funções polinomiais reais, cuja forma geral é dada por:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

onde os números reais a_k , $k = 0, 1, \dots, n$, são os coeficientes, sendo a_n o coeficiente dominante.

Polinômios reais são aqueles cujos coeficientes são números reais. O número inteiro n corresponde ao grau do polinômio.

Se $n = 2$, a função polinomial, que tem a forma

$$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

é chamada quadrática, enquanto que para $n = 3$ a função polinomial, então com a forma:

$$f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

é chamada cúbica.

Se $f(r) = 0$, então $x = r$ é chamado de zero do polinômio, e $x - r$ é então um fator deste polinômio. Para cada zero,

r_k existe um fator correspondente, $x - r_k$ tal que a forma fatorada do polinômio é:

$$f(x) = (x - r_1) (x - r_2) \cdots (x - r_n)$$

Sendo assim, dados os zeros de um polinômio, é possível reconstruí-lo.

(O [teorema fundamental da álgebra](#) afirma que cada polinômio de grau n possui exatamente n zeros, embora não necessariamente distintos - podem existir zeros repetidos.)

No gráfico de uma função polinomial, pode-se observar os zeros reais nas interseções com o eixo x .

▼ Índice de Termos

Os seguintes termos, neste capítulo, têm conexão com o Dicionário do Maple; para mais informações vá em [Dicionário Matemático](#).

[coeficiente](#)

[complete o quadrado](#)

[complexo conjugado](#)

[coordenada cúbica](#)

[fator](#)

[teorema fundamental da](#)

[álgebra](#)

[inteiro](#)

[intercepta](#)

[coeficiente dominante](#)

[divisão longa](#)

[polinômio mônico](#)

[parábola](#)

[polinômio](#)

[fórmula quadrática](#)

[quártica](#)

[número real](#)

[divisão](#)

[sintética](#)

[tangente](#)

[zero](#)

▼ Problemas Típicos

Para as funções [polinomiais](#) dadas nos problemas 1-3, esboce o gráfico e determine as [interseções](#) com os eixos x e y . Como as interseções com o eixo x são os zeros dos polinômios, seus valores podem ser aproximados pelo gráfico ou encontrados, na forma exata, pela fatoração do polinômios sobre os [números reais](#).

2.1. (a) $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$

(b) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

(c) $f(x) = x^2 - 2x + 5$

2.2. (a) $f(x) = (x + 1)^3$

(b) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 10$

(c) $f(x) = x^3 - 3x + 2$

(d) $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

2.3. (a) $f(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 62x + 26$

(b) $f(x) = x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$

2.4. Para cada um dos itens a seguir, encontrar o polinômio mônico real de menor grau que possua como raízes os números dados. (Um polinômio *real* é aquele cujos coeficientes são reais. Um polinômio *mônico* possui coeficiente dominante igual a 1, ou seja, o coeficiente do termo de maior grau é 1.)

Inicializações do Maple

Antes de acessar a versão do Maple para as soluções do problemas típicos apresentados acima, inicialize o Maple apertando o botão à direita.

Inic...

Soluções

Problema 2.1

2.1 - Solução Matemática

2.1 (a) - Solução Matemática

Para a função $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$, a interseção com o eixo y é dada por $f(0) = -2$ e as interseções com o eixo x podem ser encontradas pela fórmula quadrática, resultando:

$$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)} = 2$$

e

$$x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)} = -\frac{1}{3}$$

Além disso, $f(x)$ pode ser fatorada no produto: $(3x + 1)(x - 2)$.

Como a função $f(x)$ é um polinômio quadrático, seu gráfico é dado por uma parábola, com a concavidade voltada para cima. A forma padrão desta parábola é

$$y + \frac{49}{12} = 3 \left(x - \frac{5}{6} \right)^2$$

obtida ao completar-se o quadrado em x .

Portanto, as coordenadas do vértice da parábola

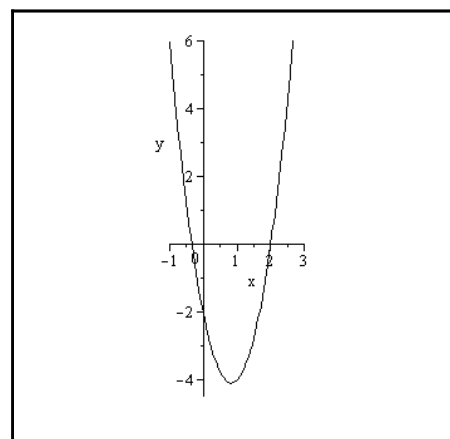


Figura 2.1.1 Gráfico de $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$

são: $\left(\frac{5}{6}, -\frac{49}{12}\right)$.

A partir desta informação, pode-se traçar o gráfico da função.

2.1 (b) - Solução Matemática

Para a função $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$, a interseção com o eixo y é dada por $f(0) = 2$ e as interseções com o eixo x são dadas pela fórmula quadrática, resultando

$$x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)} = 1$$

e

$$x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)} = 1$$

Além disso, $f(x)$ pode ser fatorada no produto $2(x - 1)^2$.

Como a função $f(x)$ é um polinômio quadrático, seu gráfico é dado por uma parábola com a concavidade voltada para cima. A forma padrão desta parábola é

$$y = 2(x - 1)^2$$

obtida ao completar-se o quadrado em x .

Portanto, as coordenadas do vértice da parábola são $(1, 0)$.

A partir desta informação, a Figura 2.1.3, o gráfico da função, pode ser traçada.

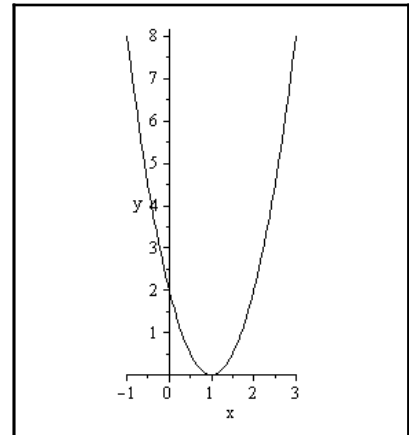
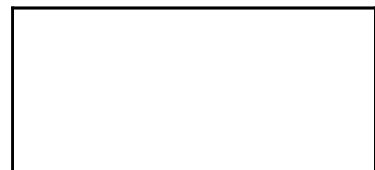


Figura 2.1.2 Gráfico de $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

2.1 (c) - Solução Matemática

Para a função $f(x) = x^2 - 2x + 5$, a interseção com o eixo y é dada por $f(0) = 5$, enquanto as interseções com o eixo x são dadas pela fórmula quadrática, resultando



$$x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} = 1 + 2i$$

e

$$x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} = 1 - 2i$$

Além disso, $f(x)$ não pode ser fatorada sobre os números reais.

Como a função $f(x)$ é um polinômio quadrático, seu gráfico é dado por uma parábola com a concavidade voltada para cima. A fórmula padrão desta parábola é dada por

$$y - 4 = (x - 1)^2$$

obtida ao completar-se o quadrado em x .

Portanto, as coordenadas do vértice da parábola são $(1, 4)$.

Desta informação, a Figura 2.1.3, um gráfico da função, pode ser traçado.

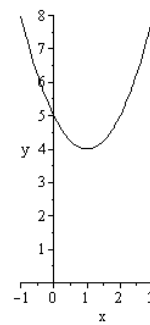


Figura 2.1.3 Gráfico de $f(x) = x^2 - 2x + 5$

▼ 2.1 - Solução via Maplet

▼ 2.1 (a) - Solução via Maplet

Um gráfico da função polinomial $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$, juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do [Tutorial Polinômios #1](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.1.4.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco serão interpretadas como o número zero (0).

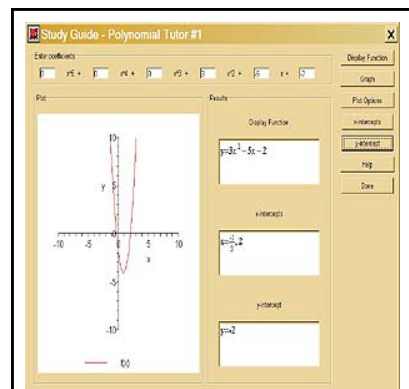


Figura 2.1.4 Imagem do Tutorial Polinômios #1

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráfico**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Polinômios #1](#)

2.1 (b) - Solução via Maplet

Um gráfico da função polinomial
 $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$, juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do [Tutorial Polinômios #1](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.1.5.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco serão interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráficos**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

Como as interseções com o eixo x são as raízes do polinômio, se uma raiz estiver repetida, esta aparecerá o número apropriado de vezes na lista de interseções em x .

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link: [Tutorial Polinômios #1](#).

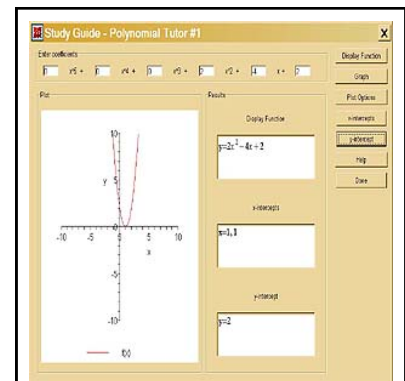
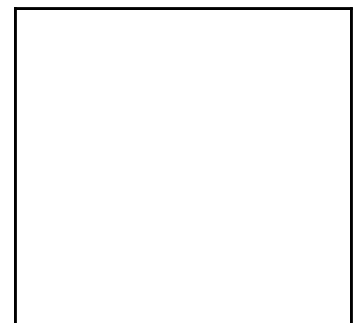


Figura 2.1.5 Imagem do Tutorial Polinômios #1

2.1 (b) - Solução via Maplet

Um gráfico da função polinomial
 $f(x) = x^2 - 2x + 5$, juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do [Tutorial Polinômios #1](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.1.6.



Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes dos polinômios na caixas apropriadas. As caixas em branco são interpretadas como o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráficos**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

Se o polinômio não possuir zeros, seu gráfico não cruzará o eixo *x*. Portanto, não teremos interseções com o eixo *x*.

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Polinômios #1](#).

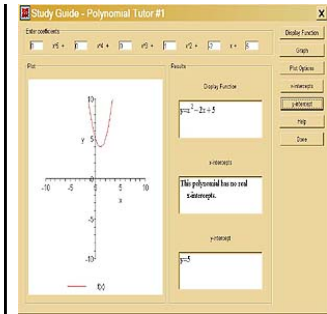


Figura 2.1.6 Imagem do Tutorial Polinômios #1

2.1 - Solução Interativa

2.1 (a) - Solução Interativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome><i>fa</i>	
Obtenha a Figura 2.1.1	
• Digite <i>fa</i> e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos>Construtor de Gráficos $-1 \leq x \leq 3$	
Obtenha as interseções em <i>x</i>	
• Digite <i>fa</i> = 0 e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver>Resolver	
Obtenha as interseções em <i>y</i>	
• Digite <i>fa</i> e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto><i>x</i> = 0	

2.1 (b) - Solução Interativa

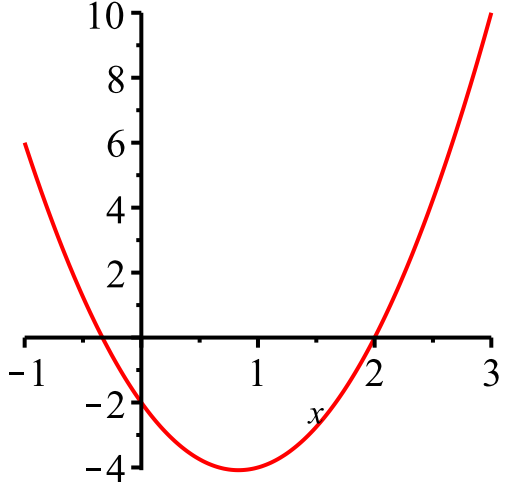
• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $\>fb$	
Obtenha a Figura 2.1.2	
• Digite fb e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos $\>$ Construtor de Gráficos $-1 \leq x \leq 3$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite $fb = 0$ e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver $\>$ Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fb e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto $\>x = 0$	

2.1 (c) - Solução Interativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $\>fc$	
Obtenha a Figura 2.1.3	
• Digite fc e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos $\>$ Construtor de Gráficos $-1 \leq x \leq 3$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite $fc = 0$ e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver $\>$ Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fc e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto $\>x = 0$	

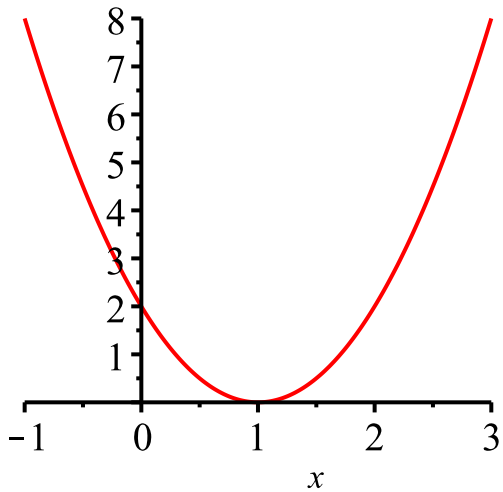
2.1 - Solução via Comandos do Maple

2.1 (a) - Solução via Comandos do Maple

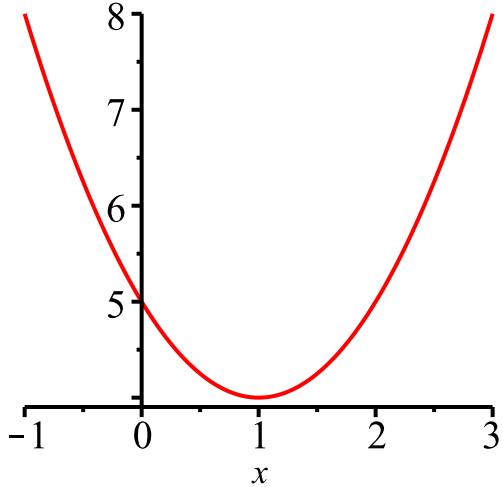
Insira o polinômio.	$> Ya := 3x^2 - 5x - 2$ $Ya := 3x^2 - 5x - 2$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.1.1.	$> plot(Ya, x = -1 .. 3)$ 
Obtenha as interseções em x .	$> solve(Ya = 0, x)$ $2, -\frac{1}{3}$
Obtenha as interseções em y .	$> eval(Ya, x = 0)$ -2

2.1 (b) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	$> Yb := 2x^2 - 4x + 2$ $Yb := 2x^2 - 4x + 2$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.1.1.	$> plot(Yb, x = -1 .. 3)$

	
Obtenha as interseções em x .	$\text{> solve}(Yb = 0, x)$ $1, 1$
Obtenha as interseções em y .	$\text{> eval}(Yb, x = 0)$ 2

2.1 (c) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	$\text{> } Yc := x^2 - 2x + 5$ $Yc := x^2 - 2x + 5$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.1.1.	$\text{> plot}(Yc, x = -1 .. 3)$ 
Obtenha as interseções em x .	$\text{> solve}(Yc = 0, x)$ $1 + 2 I, 1 - 2 I$
Obtenha as interseções em y .	$\text{> eval}(Yc, x = 0)$

Problema 2.2

2.2 - Solução Matemática

2.2 (a) - Solução Matemática

O polinômio $f(x) = (x + 1)^3$ possui interseção em y dada por $f(0) = 1$ e interseção em x dada por $x = -1$. O gráfico é uma translação à esquerda, em uma unidade, do gráfico de x^3 . Portanto, o gráfico de $f(x)$ pode ser esboçado como mostra a figura a seguir.

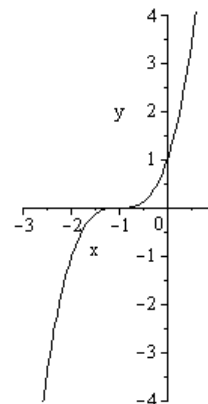


Figura 2.2.1 Gráfico de $f(x) = (x + 1)^3$

2.2 (b) - Solução Matemática

O polinômio $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 10$ apresenta interseção com o eixo y em $f(0) = 10$ e a interseção com o eixo x em $x = -1$. A interseção em x é encontrada ao buscar-se os zeros inteiros, calculando-se os valores de $f(k)$, $k = -3, -2, \dots$.

Embora haja fórmulas que expressem os zeros de um polinômio cúbico em termos de seus coeficientes, estas são de difícil manipulação. Pode-se determinar que $x = -1$ é o único zero de $f(x)$ dividindo-se o polinômio pelo fator $x + 1$. Desta divisão, tem-se como resultado o polinômio quadrático $x^2 - 6x + 10$, cujos zeros são o par complexo conjugado $3 + i$.

A divisão de $f(x)$ pelo fator $x + 1$ pode ser realizada por meio da divisão sintética, dada na

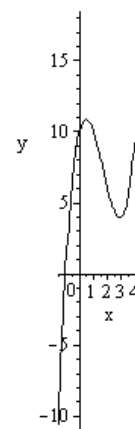


Figura 2.2.2 Gráfico de $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 10$

Tabela 2.2.1

O último zero é o resto, indicando que o fator divide a função de forma exata. Os coeficientes do polinômio de grau reduzido são os números à esquerda do último zero, na última linha da tabela.

Os zeros do polinômio de grau reduzido são encontrados pela [fórmula quadrática](#). São eles

$$x_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2} = \frac{6 + \sqrt{-4}}{2} = \frac{6 + 2i}{2} = 3 + i$$

$$x_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2} = \frac{6 - \sqrt{-4}}{2} = \frac{6 - 2i}{2} = 3 - i$$

Sem uma ferramenta gráfica, tal como uma calculadora ou computador, o gráfico pode ser traçado apenas pela construção de uma tabela de valores, como é dada a seguir.

x	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$f(x)$	-74.0	-4.6	-2.6	-1.0	0.	6.62	10.0	10.9	10.0	8.1	6.2	4.0	4.0

Tabela 2.2.2 Valores da função $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 10$

O gráfico de $f(x)$ na Figura 2.2.2 foi obtido usando-se o Maple. Traçar tal gráfico à mão é uma tarefa desencorajadora.

2.2 (c) - Solução Matemática

O [polinômio](#) $f(x) = x^3 - 3x + 2$ possui [interseção](#) em y dada por $f(0) = 2$ e interseção com o eixo x em $x = -2$. A interseção em x pode ser encontrada buscando-se os zeros da função entre os inteiros. Convenientemente, este zero é inteiro. Portanto, $x - (-2) = x + 2$ é um fator do polinômio.

O outro fator associado a este é encontrado dividindo-se $f(x)$ por $x + 2$. Esta divisão pode ser feita por meio da [divisão longa](#) ou da [divisão](#)

1	-5	4	10	[-1]
	-1	6	-10	
1	-6	10	0	

Tabela 2.2.1 Divisão sintética

sintética, como mostra a Tabela 2.2.3.

O último zero na última linha representa o resto, indicando que a divisão por este fator é exata. Os coeficientes do polinômio de grau reduzido são os números à esquerda do último zero na última linha da tabela.

Os zeros do polinômio de grau reduzido são encontrados por meio da fórmula quadrática ou, simplesmente, percebendo-se que $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$. Portanto, os zeros restantes são 1 e, novamente, 1, de forma que $x = 1$ é um zero *duplo*. Neste caso, há duas interseções com o eixo x , ou seja, $x = -2$ e $x = 1$, sendo a última um zero duplo do polinômio.

A partir destas informações, pode-se esboçar o gráfico de $f(x)$. A Figura 2.2.3 foi obtida usando-se o Maple.

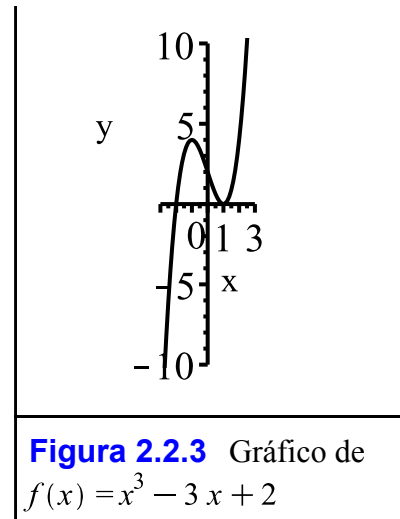


Figura 2.2.3 Gráfico de $f(x) = x^3 - 3x + 2$

1	0	-3	2	[-2
	-2	4	-2	
1	-2	1	0	

Tabela 2.2.3 Divisão sintética

2.2 (d) - Solução Matemática

O polinômio $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ possui interseção com o eixo y em $f(0) = 2$ e interseção com o eixo x em $x = -1$. A interseção em x pode ser encontrada buscando-se os zeros da função entre os inteiros. Coincidentemente, este zero é um inteiro. Portanto, $x - (-1) = x + 1$ é um fator do polinômio.

O outro fator associado a este é encontrado dividindo-se $f(x)$ por $x + 1$. Esta divisão pode ser feita pela divisão longa ou pela divisão sintética, como mostra a Tabela 2.2.4.

O último zero na última coluna da tabela é o

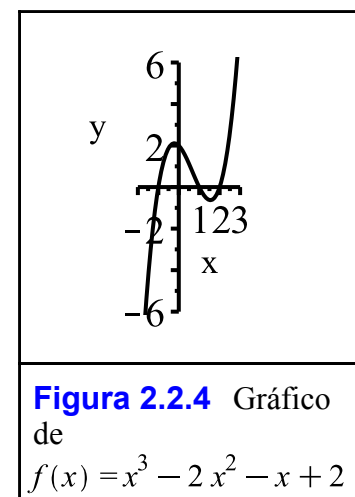


Figura 2.2.4 Gráfico de $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

1	-2	-1	2	[-1
---	----	----	---	-----

resto, indicando que a divisão por este fator é exata. Os coeficientes do polinômio de grau reduzido são os números à esquerda do último zero, na última linha da tabela.

Os zeros do polinômio de grau reduzido $x^2 - 3x + 2$ são encontrados por meio da fórmula quadrática, e são dados por:

$$x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(2)}}{2} = \frac{3 + \sqrt{1}}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(2)}}{2} = \frac{3 - \sqrt{1}}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

Portanto, as interseções em x restantes são $x = 1$ e $x = 2$. Agora é possível esboçar o gráfico de $f(x)$. O gráfico na Figura 2.2.4 foi obtido usando-se o Maple.

	-1	4	-2
1	-3	2	0

Tabela 2.2.4 Divisão sintética

2.2 - Solução via Maplet

2.2 (a) - Solução via Maplet

Um gráfico da função polinomial $f(x) = (x + 1)^3$, juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do Tutorial Polinômios #1.

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.2.5.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco são interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráfico**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

Como as interseções em x são os zeros do polinômio, se um zero estiver repetido, este aparecerá o número apropriado de vezes na lista de interseções em x .

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial](#)

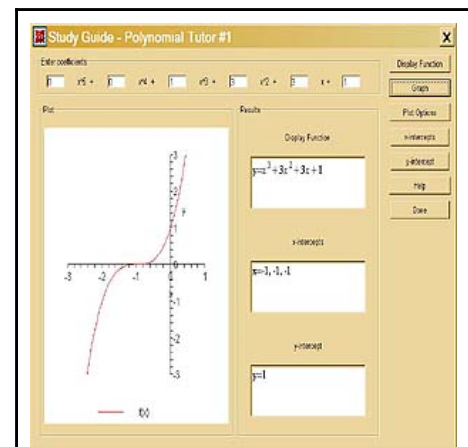


Figura 2.2.5 Imagem do Tutorial Polinômios #1

Polinômios #1.

2.2 (b) - Solução via Maplet

Um gráfico da função polinomial

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 10$, juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do Tutorial Polinômios #1.

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.2.6.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco são interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráfico**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: Tutorial Polinômios #1.

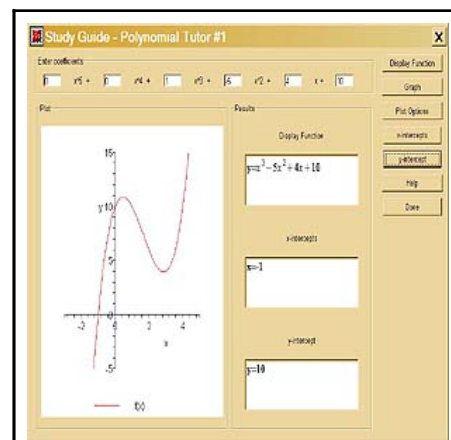


Figura 2.2.6 Imagem do Tutorial Polinômios #1

2.2 (c) - Solução via Maplet

Um gráfico da função polinomial

$f(x) = x^3 - 3x + 2$, juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do Tutorial Polinômios #1.

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.2.7.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco são interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráfico**,

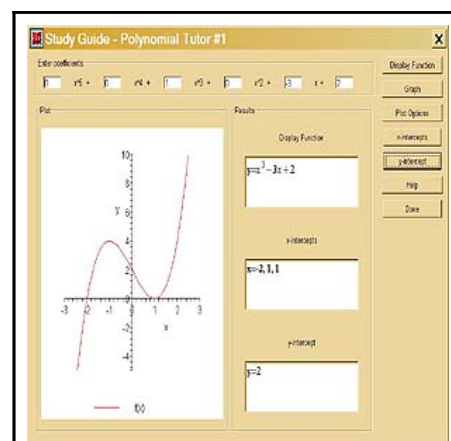


Figura 2.2.7 Imagem do Tutor Polinômios #1

interseções em x e interseções em y irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

Como as interseções em x são os zeros do polinômio, se houver um zero repetido, este aparecerá o número apropriado de vezes na lista de interseções em x .

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Polinômios #1](#).

2.2 (d) - Solução via Maplet

Um gráfico da função **polinomial** $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$, juntamente com suas **interseções**, pode ser obtido por meio do [Tutorial Polinômios #1](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.2.8.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os **coeficientes** do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco são interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráfico**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

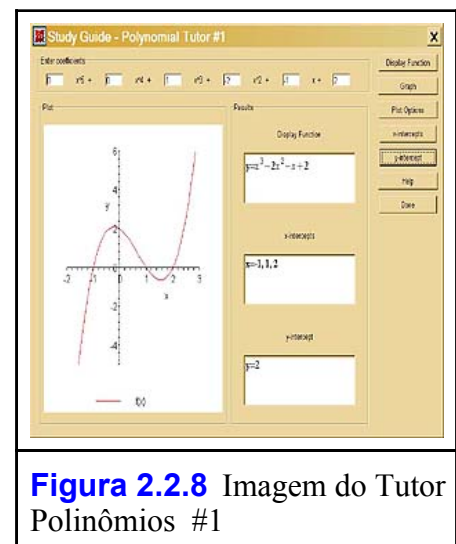


Figura 2.2.8 Imagem do Tutor Polinômios #1

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o seguinte link: [Tutorial de Polinômios #1](#).

2.2 - Solução Interativa

2.2 (a) - Solução Interativa

- Insira o polinômio.
- Menu de Contexto: Associe a um Nome $\rightarrow fa$

Obtenha a Figura 2.2.1

- Digite fa e pressione a tecla Enter.
- Menu de Contexto:

Gráficos>Construtor de Gráficos $-3 \leq x \leq 1$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite $fa = 0$ e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver>Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fa e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto>$x = 0$	

2.2 (b) - Solução Interativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome>fb	
Obtenha a Figura 2.2.2	
• Digite fb e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos>Construtor de Gráficos $-3/2 \leq x \leq 4$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite $fb = 0$ e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver>Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fb e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto>$x = 0$	

2.2 (c) - Solução Interativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome>fc	
Obtenha a Figura 2.2.3	
• Digite fc e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos>Construtor de Gráficos	

$-3 \leq x \leq 3$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite $fc = 0$ e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver > Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fc e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto > $x = 0$	

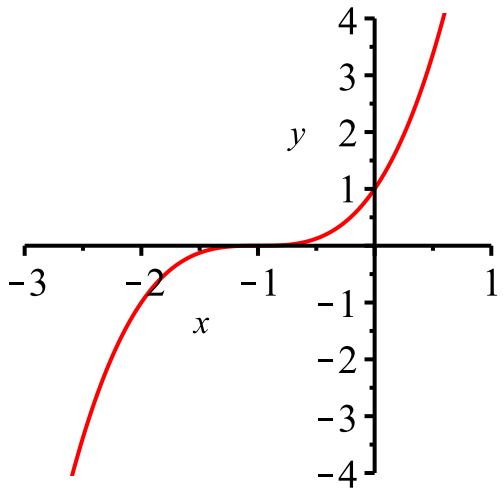
2.2 (d) - Solução Iterativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um nome > fd	
Obtenha a Figura 2.2.4	
• Digite fd e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos > Construtor de Gráficos $-2 \leq x \leq 3$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite $fd = 0$ e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Resolver > Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fd e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcule em um Ponto > $x = 0$	

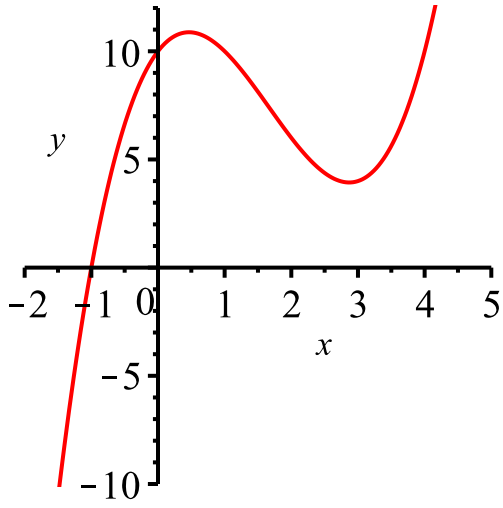
2.2 - Solução via Comandos do Maple

2.2 (a) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	$> Ya := (x + 1)^3$ $Ya := (x + 1)^3$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.2.1.	$> plot(Ya, x = -3 .. 1, y = -4 .. 4)$

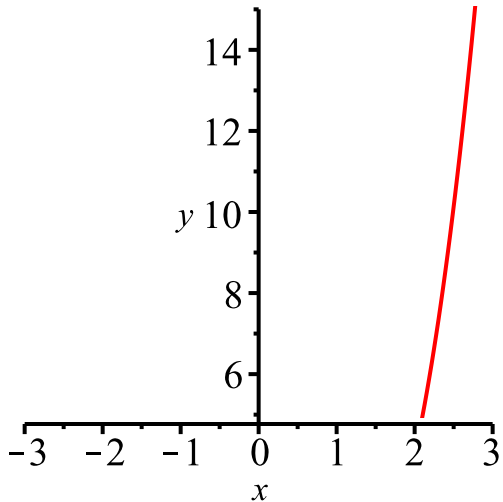
	
Obtenha as interseções em x .	> <code>solve(Ya=0, x)</code> $-1, -1, -1$
Obtenha as interseções em y .	> <code>eval(Ya, x=0)</code> 1

▼ 2.2 (b) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	> $Yb := x^3 - 5x^2 + 4x + 10$ $Yb := x^3 - 5x^2 + 4x + 10$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.2.1.	> <code>plot(Yb, x=-2..5, y=-10..12)</code> 
Obtenha as interseções em x .	> <code>remove(has, [solve(Yb=0, x)], I)[]</code> -1

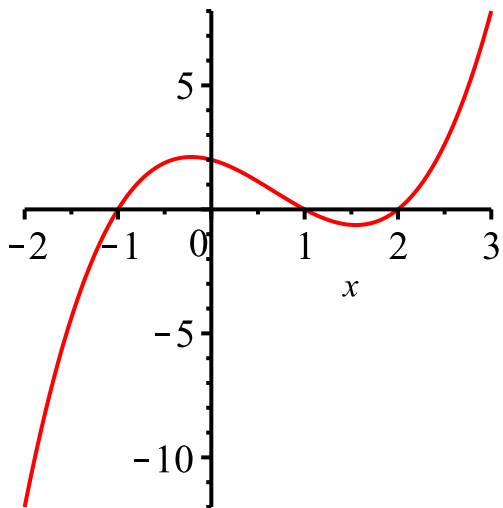
Obtenha as interseções em y .	$\text{> eval}(Yb, x = 0)$ 10
---------------------------------	------------------------------------

2.2 (c) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	$\text{> } Yc := x^3 - 3x + 2$ $Yc := x^3 - 3x + 2$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.2.1.	$\text{> plot}(x^3 - 3x + 2, x = -3 \dots 3, y = 10 \dots 10)$ 
Obtenha as interseções em x .	$\text{> solve}(Yc = 0, x)$ $-2, 1, 1$
Obtenha as interseções em y .	$\text{> eval}(Yc, x = 0)$ 2

2.2 (d) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	$\text{> } Yd := x^3 - 2x^2 - x + 2$ $Yd := x^3 - 2x^2 - x + 2$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.2.1.	$\text{> plot}(Yd, x = -2 \dots 3)$

	
Obtenha as interseções em x .	$\text{solve}(Yd=0, x)$ $1, 2, -1$
Obtenha as interseções em y .	$\text{eval}(Yd, x=0)$ 2

Problema 2.3

2.3 - Solução Matemática

2.3 (a) - Solução Matemática

O polinômio

$f(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 62x + 26$ possui $f(0) = 26$ como interseção em y e $x = 1$ como uma de suas interseções em x . Esta interseção é encontrada buscando-se os zeros do polinômio dentre os inteiros. Como $x = 1$ é um zero, o fator $x - 1$ divide o polinômio de forma exata. O outro fator associado a este pode ser encontrado usando-se a divisão longa ou a divisão sintética. A tabela 2.3.1 a seguir implementa a divisão pelo fator $x - 1$.

1	-12	47	-62	26
[1				
	1	-11	36	-26
1	-11	36	-26	0

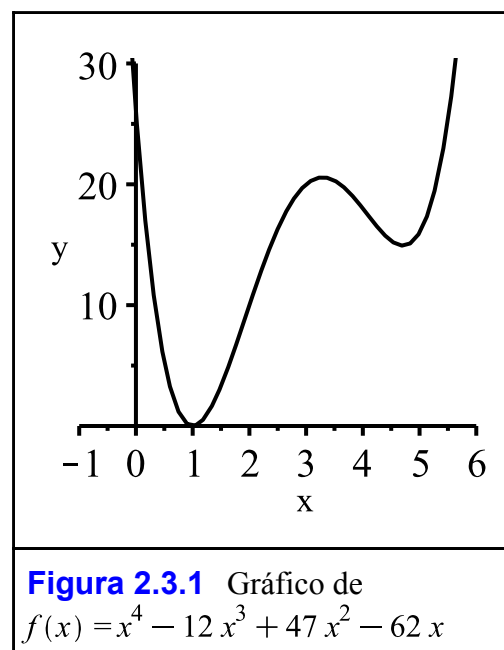


Tabela 2.3.1 Divisão sintética

O outro fator, ou seja, o polinômio de ordem reduzida $x^3 - 11x^2 + 36x - 26$, também possui $x = 1$ como um zero. Novamente, encontrou-se um zero entre os inteiros. Mais uma vez o fator $x - 1$ poderá dividir o polinômio de ordem reduzida. A Tabela 2.3.2. da divisão sintética para tal aparece ao lado.

1	-11	36	-26
[1			
	1	-10	26
1	-10	-26	0

Tabela 2.3.2 Divisão sintética

O novo polinômio de ordem reduzida é $x^2 - 10x - 26$, cujos zeros podem ser encontrados pela fórmula quadrática. Os zeros restantes são dados por

$$x_1 = \frac{-(-10) + \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(-26)}}{2} = \frac{10 + \sqrt{-4}}{2} = 5 + i$$

$$x_2 = \frac{-(-10) - \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(-26)}}{2} = \frac{10 - \sqrt{-4}}{2} = 5 - i$$

O conhecimento apenas da interseção em y e do duplo zero em $x = 1$ não é capaz de gerar um gráfico não ambíguo. Mesmo ao se fazer uso da propriedade das equações quárticas de que seus gráficos assemelham-se, no máximo, a uma letra "W", existe ainda a necessidade de uma tabela de valores, como a Tabela 2.3.3.

x	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
$f(x)$	148.0	70.3	26.0	5.3	0.0	3.3	10.0	16.0	20.3	20.0	18.3	15.0	16.0	25.0	50.0

Tabela 2.3.3 Valores da função $f(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 62x$

Com base em todas estas informações, pode-se agora esboçar o gráfico de $f(x)$ como visto na Figura 2.3.1, gerada pelo Maple.

▼ **2.3 (b) - Solução Matemática**

O polinômio $f(x) = x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$ possui interseção com o eixo y dada por $f(0) = 74$ e uma das interseções em x dada por $x = 1$. Esta



interseção em x é encontrada buscando-se os zeros do polinômio dentre os inteiros. Como $x = 1$ é um zero, o fator $x - 1$ divide o polinômio de forma exata. O outro fator associado a este é encontrado por divisão longa ou sintética. A Tabela 2.3.4 implementa a divisão sintética pelo fator $x - 1$.

1	-15	75	-135	74
[1				
	1	-14	61	-74
1	-14	61	-74	0

Tabela 2.3.4 Divisão sintética

O fator correspondente ao polinômio reduzido é $x^3 - 14x^2 + 61x - 74$, que apresenta $x = 2$ como zero. Novamente, este zero é encontrado dentre os inteiros. O fator $x - 2$ pode ainda dividir o polinômio de ordem reduzida. A divisão sintética aparece na Tabela 2.3.5.

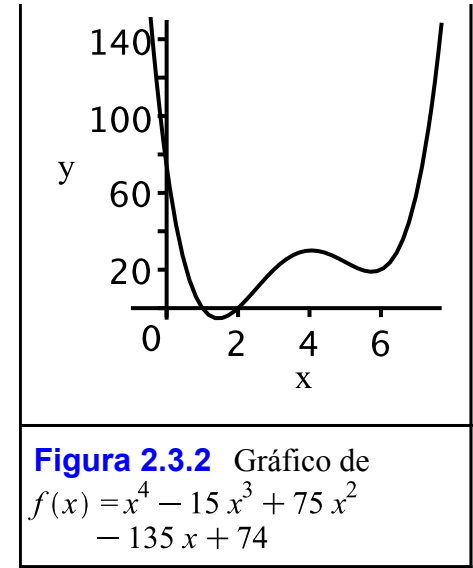


Figura 2.3.2 Gráfico de $f(x) = x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$

1	-14	61	-74	[2
	2	-24	74	
1	-12	37	0	

Tabela 2.3.5 Divisão sintética

O novo polinômio de ordem reduzida é $x^2 - 12x + 37$, cujos zeros podem ser encontrados pela fórmula quadrática. Os zeros restantes são dados por:

$$x_1 = \frac{-(-12) + \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(37)}}{2} = \frac{12 + \sqrt{-4}}{2} = 6 + i$$

$$x_2 = \frac{-(-12) - \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(37)}}{2} = \frac{12 - \sqrt{-4}}{2} = 6 - i$$

Pelo conhecimento apenas da interseção com y e dos zeros em $x = 1$ e $x = 2$ ainda não é possível traçar um gráfico não ambíguo. Mesmo ao se fazer uso da propriedade das equações quárticas de que seus gráficos assemelham-se, no máximo, à letra "W", uma tabela de valores como a Tabela 2.3.6 dada abaixo ainda se faz necessária.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
-1.0	300.0	1.5	-5.3	4.0	30.0	6.5	30.9

- 0.5	162.2	2.0	0.0	4.5	28.4	7.0	60.0
0.0	74.0	2.5	9.9	5.0	24.0	7.5	116.2
0.5	23.4	3.0	20.0	5.5	19.7	8.0	210.0
1.0	0.0	3.5	27.2	6.0	20.0		

Tabela 2.3.6 Valores de $f(x) = x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$

Com base em todas estas informações, pode-se agora esboçar o gráfico de $f(x)$ como visto na Figura 2.3.2, gerada pelo Maple.

2.3 - Solução via Maplet

2.3 (a) - Solução via Maplet

Um gráfico da função **polinomial**
 $f(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 62x + 26$,
juntamente com suas **interseções**, pode ser
obtido por meio do [Tutorial Polinômios #1](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a
solução será iniciado como mostrado na Figura
2.3.3.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os
coeficientes do polinômio nas caixas
apropriadas. Caixas em branco são
interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio
inserido, enquanto os botões **Gráfico**,
interseções em x e **interseções em y** irão gerar
os resultados correspondentes a seus rótulos.

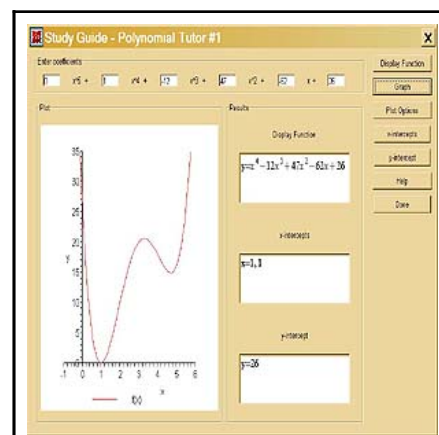


Figura 2.3.3 Imagem do
Tutorial Polinômios #1

Como as interseções em x são os zeros do polinômio, se um zero estiver repetido, este
aparecerá o número apropriado de vezes na lista de interseções em x .

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial
Polinômios #1](#).

2.3 (b) - Solução via Maplet

Um gráfico da função **polinomial**
 $f(x) = x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$,

juntamente com suas interseções, pode ser obtido por meio do [Tutorial Polinômios #1](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.3.4.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os coeficientes do polinômio nas caixas apropriadas. Caixas em branco são interpretadas como sendo o número zero (0).

O botão **Exibir Função** exibirá o polinômio inserido, enquanto os botões **Gráfico**, **interseções em x** e **interseções em y** irão gerar os resultados correspondentes a seus rótulos.

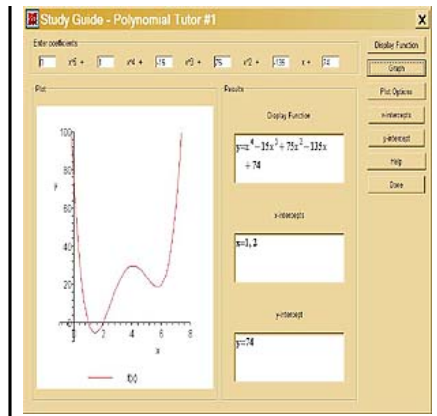


Figura 2.3.4 Imagem do Tutorial Polinômios #1

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #1**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Polinômios #1](#).

2.3 - Solução Iterativa

2.3 (a) - Solução Iterativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome > <i>fa</i>	
Obtenha a Figura 2.3.1	
• Digite <i>fa</i> and pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos > Construtor de Gráficos $-1 \leq x \leq 6$ Opções > Imagem de: $0 \leq y \leq 30$	
Obtenha as interseções em <i>x</i>	
• Digite <i>fa</i> e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Fator • Menu de Contexto: Resolver > Resolver	
Obtenha as interseções em <i>y</i>	
• Digite <i>fa</i> e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcular em um Ponto > $x = 0$	

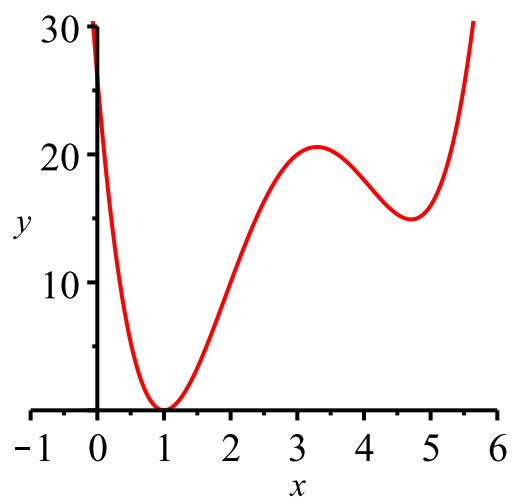
2.3 (b) - Solução Interativa

• Insira o polinômio. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $\> fa$	
Obtenha a Figura 2.3.1	
• Digite fa and pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Gráficos $\>$ Construtor de Gráficos - $-1 \leq x \leq 6$ Opções $\>$ Imagem de: $5 \leq y \leq 140$	
Obtenha as interseções em x	
• Digite fa e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Fator • Menu de Contexto: Resolver $\>$ Resolver	
Obtenha as interseções em y	
• Digite fa e pressione a tecla Enter. • Menu de Contexto: Calcular em um Ponto $\> x = 0$	

2.3 - Solução via Comandos do Maple

3.3 (a) - Solução via Comandos do Maple

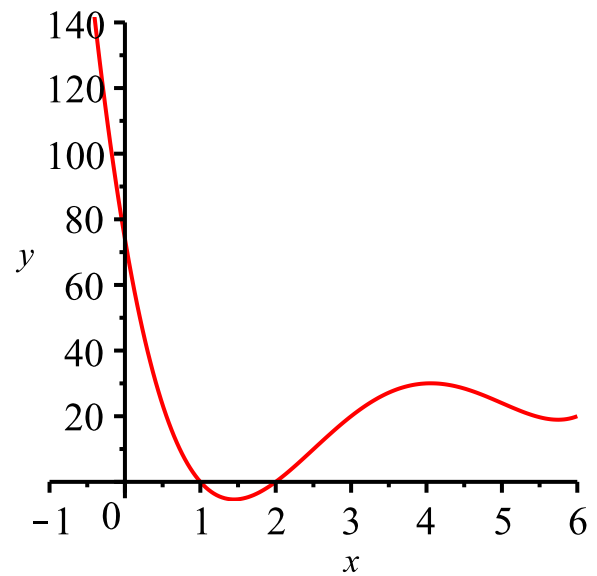
Insira o polinômio.	$\begin{aligned} &> Ya := x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 62x + 26 \\ &Ya := x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 62x + 26 \end{aligned}$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.2.1.	$> \text{plot}(Ya, x = -1 \dots 6, y = 0 \dots 30)$



Fatore o polinômio.	$\text{> factor}(Ya)$ $(x^2 - 10x + 26)(x - 1)^2$
Obtenha as interseções em x .	$\text{> solve}(Ya = 0, x)$ $5 - I, 5 + I, 1, 1$
Obtenha as interseções em y .	$\text{> eval}(Ya, x = 0)$ 26

3.3 (b) - Solução via Comandos do Maple

Insira o polinômio.	$\text{> } Yb := x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$ $Yb := x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 135x + 74$
Desenhe o gráfico do polinômio como mostrado pela Figura 2.2.1.	$\text{> plot}(Yb, x = -1 .. 6, y = -5 .. 140)$



Fatore o polinômio.	$\text{> factor}(Yb)$ $(x - 1) (x - 2) (x^2 - 12x + 37)$
Obtenha as interseções em x .	$\text{> solve}(Yb = 0, x)$ $1, 2, 6 - I, 6 + I$
Obtenha as interseções em y .	$\text{> eval}(Yb, x = 0)$ 74

▼ Problema 2.4

▼ 2.4 - Solução Matemática

▼ 2.4 (a) - Solução Matemática

Se os zeros de um polinômio são -2 e 3 , então a forma fatorada deste polinômio é:

$$(x - (-2)) (x - 3) = (x + 2) (x - 3)$$

e sua forma expandida é:

$$x^2 - x - 6$$

▼ 2.4 (b) - Solução Matemática

Se os zeros de um polinômio são $-2 + i$ e 1 , então a forma fatorada deste polinômio é

$$(x - (-2 + i)) (x - (-2 - i)) (x - 1) = (x + 2 - i) (x + 2 + i) (x - 1)$$

$$= (x^2 + 4x + 5)(x - 1)$$

e sua forma expandida é

$$x^3 + 3x^2 + x - 5$$

2.4 (c) - Solução Matemática

Se os zeros de um polinômio são 1, 3 e $1 + 2i$, então a forma fatorada deste polinômio é

$$\begin{aligned} (x - (1 + 2i))(x - (1 - 2i))(x - 1)(x - 3) &= (x - 1 - 2i)(x - 1 + 2i)(x - 1)(x - 3) \\ &= (x^2 - 2x + 5)(x - 1)(x - 3) \end{aligned}$$

e sua forma expandida é:

$$x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 15$$

2.4 (d) - Solução Matemática

Se os zeros de um polinômio com coeficientes reais são $3 - 4i$ e 7, então existem pelo menos um outro zero, $3 + 4i$, o complexo conjugado do zero $3 - 4i$. A forma fatorada do polinômio desejado é então:

$$\begin{aligned} (x - (3 + 4i))(x - (3 - 4i))(x - 7) &= (x - 3 - 4i)(x - 3 + 4i)(x - 7) \\ &= (x^2 - 6x + 25)(x - 7) \end{aligned}$$

e a sua forma expandida é:

$$x^3 - 13x^2 + 67x - 175$$

2.4 - Solução via Maplet

2.4 (a) - Solução via Maplet

O polinômio real mônico de menor grau que possui $\{-2, 3\}$ como zeros pode ser encontrado pelo [Tutorial Polinômios #2](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.4.1.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os zeros na caixa apropriada e pressionar o botão **Forma linear fatorada**. Com isso, obtém-se o polinômio como um produto de seus fatores lineares, ou seja, como

$$(x - (-2))(x - 3) = (x + 2)(x - 3)$$

Pressionando-se o botão **Fatorado sobre os reais**, é exibido o polinômio em termos de fatores que contenham apenas coeficientes reais. Neste problema, em que todos os zeros são reais, a forma linear fatorada e esta são as mesmas.

Pressionando-se o botão **Forma expandida**, é exibido o polinômio como uma soma de "coeficientes vezes potências de x ." Coloquialmente, esta é a forma "multiplicada"

$$x^2 - x - 6.$$

Assim como no **Tutorial Polinômios #1**, há botões que geram o gráfico do polinômio desejado e botões que exibem as interseções.

Para iniciar o **Tutorial de Polinômios #2**, deve-se clicar sobre o link: [Tutorial Polinômios #2](#).

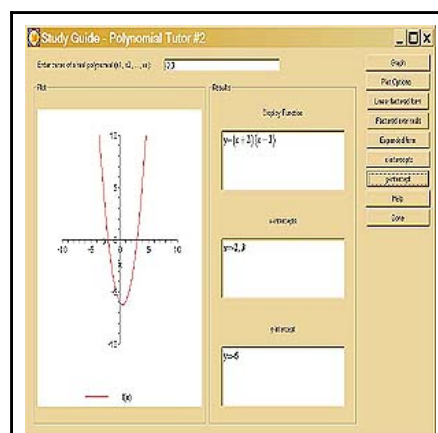


Figura 2.4.1 Imagem do Tutorial Polinômios # 2

2.4 (b) - Solução via Maplet

O polinômio real mônico de menor grau que possui $\{-2 + i, 1\}$ como zeros pode ser encontrado pelo [Tutorial Polinômios #2](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.4.2.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os zeros na caixa apropriada, usando-se a letra i para a unidade complexa $i = \sqrt{-1}$. Cada zero complexo deve ser inserido separadamente, visto que não há um operador "+" no Maple.

Ao pressionar-se o botão **Forma linear fatorada**, obtém-se o polinômio como um

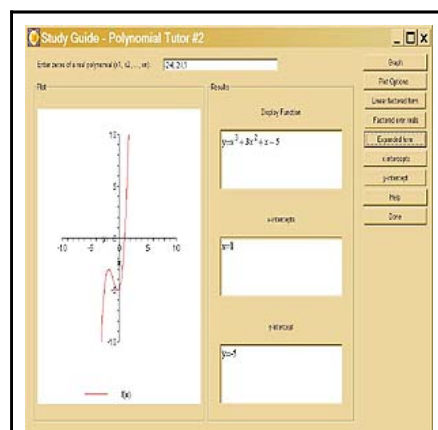


Figura 2.4.2 Imagem do Tutorial Polinômios # 2

produto de seus fatores lineares, ou seja, como:

$$(x - (-2 + i)) (x - (-2 - i)) (x - 3) \\ = (x + 2 - i) (x + 2 + i) (x - 3)$$

Ao pressionar-se o botão **Fatorar sobre os reais**, o polinômio é exibido como:

$$(x^2 + 4x + 5) (x - 1)$$

um produto de fatores contendo apenas coeficientes reais.

Ao pressionar-se o botão **Forma Expandida**, o polinômio é exibido como uma soma de "coeficientes vezes as potências de x ". Coloquialmente, esta é a forma "multiplicada"

$$x^3 + 3x^2 + x - 5.$$

Assim como no **Tutorial Polinômios #1**, há botões que geram o gráfico do polinômio desejado e botões que exibem as interseções.

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #2**, deve-se clicar sobre o link: [Tutorial Polinômios #2](#).

2.4 (c) - Solução via Maplet

O polinômio real mônico de menor grau que possui $\{1, 3, 1 + 2i\}$ como zeros pode ser encontrado pelo [Tutorial Polinômios #2](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.4.3.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os zeros na caixa apropriada, usando-se a letra i para a unidade complexa $i = \sqrt{-1}$. Cada zero complexo deve ser inserido separadamente, visto que não há um operador "+" no Maple.

Ao pressionar-se o botão **Forma linear fatorada**, obtém-se o polinômio como um produto de seus fatores lineares, ou seja, como:

$$(x - 1) (x - 3) (x - (1 + 2i)) (x - (1 - 2i)) \\ = (x - 1) (x - 3) (x - 1 - 2i) (x - 1 + 2i)$$

Ao pressionar-se o botão **Fatorar sobre os reais**, o polinômio é exibido como:

$$(x - 1) (x - 3) (x^2 - 2x + 5)$$

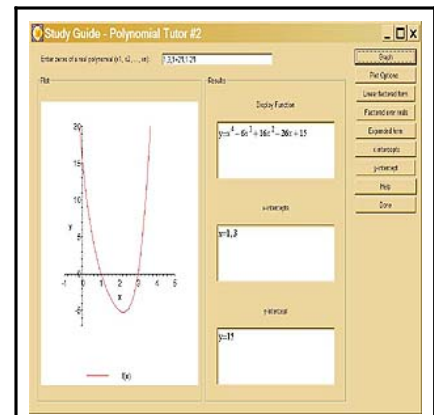


Figura 2.4.3 Imagem do Tutorial Polinômios # 2

um produto de fatores contendo apenas coeficientes reais.

Ao pressionar-se o botão **Forma Expandida**, o polinômio é exibido como uma soma de "coeficientes vezes as potências de x ". Coloquialmente, esta é a forma "multiplicada"

$$x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 15.$$

Assim como no **Tutorial Polinômios #1**, há botões que geram o gráfico do polinômio desejado e botões que exibem as interseções.

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #2**, deve-se clicar sobre o link: [Tutorial Polinômios #2](#).

2.4 (d) - Solução via Maplet

O polinômio real mônico de menor grau que possui $\{3 - 4i, 7\}$ como zeros também terá $3 + 4i$ como um zero. Lembre-se de que polinômios com coeficientes reais possuem quaisquer de seus zeros complexos aparecendo como complexos conjugados. O polinômio desejado pode ser encontrado por meio do [Tutorial Polinômios #2](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 2.4.4.

Para usar este tutorial, deve-se inserir os zeros na caixa apropriada, usando-se a letra i para a unidade complexa $i = \sqrt{-1}$. Cada zero complexo deve ser inserido separadamente, visto que não há um operador "+" no Maple.

Ao pressionar-se o botão **Forma linear fatorada**, obtém-se o polinômio como um produto de seus fatores lineares, ou seja, como:

$$(x - (3 + 4i)) (x - (3 - 4i)) (x - 7) = (x - 3 - 4i) (x - 3 + 4i) (x - 7)$$

Ao pressionar-se o botão **Fatorado sobre os reais**, o polinômio é exibido como

$$(x^2 - 6x + 25) (x - 7)$$

um produto de fatores contendo apenas coeficientes reais.

Ao pressionar-se o botão **Forma Expandida**, o polinômio é exibido como uma soma de "coeficientes vezes as potências de x ". Coloquialmente, esta é a forma "multiplicada"

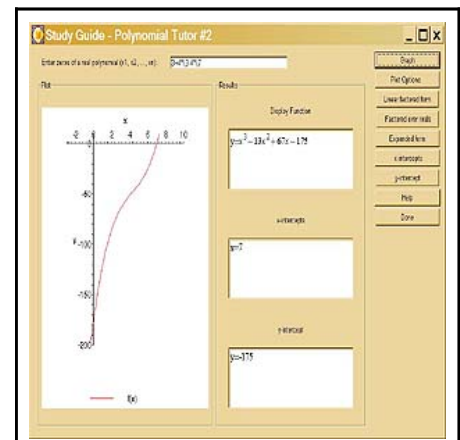
$$x^3 - 13x^2 + 67x - 175.$$


Figura 2.4.4 Imagem do Tutorial Polinômios # 2

Assim como no **Tutorial Polinômios #1**, há botões que geram o gráfico do polinômio desejado e botões que exibem as interseções.

Para iniciar o **Tutorial Polinômios #2**, deve-se clicar sobre o link: [Tutorial Polinômios #2](#).

2.4 - Solução Interativa

3.4 (a) - Solução Interativa

• Insira o primeiro zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>a$	
• Insira o segundo zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>b$	
Escreva o polinômio com um produto de fatores lineares. Menu de Contexto: Expandir	

3.4 (b) - Solução Interativa

• Insira o primeiro zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>a$	
• Insira o segundo zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>b$	
• Insira o terceiro zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>c$	
Escreva o polinômio com um produto de fatores lineares. Menu de Contexto: Expandir Menu de Contexto: Fatorar	

3.4 (c) - Solução Interativa

• Insira o primeiro zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>a$	
• Insira o segundo zero.	

• Menu de Contexto: Associe a um Nome $>b$	
• Insira o terceiro zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>c$	
• Insira o quarto zero. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>d$	
Escreva o polinômio com um produto de fatores lineares. Menu de Contexto: Expandir Menu de Contexto: Fatorar	

3.4 (d) - Solução Interativa

• Insira o zero real. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>a$	
• Insira o zero complexo. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>b$	
• Insira o terceiro zero, o complexo conjugado de b. • Menu de Contexto: Associe a um Nome $>c$	
Escreva o polinômio com um produto de fatores lineares. Menu de Contexto: Expandir Menu de Contexto: Fatorar	

2.4 - Solução via Comandos do Maple

3.4 (a) - Solução via Comandos do Maple

Insira os zeros dados, associando-os aos nomes z_k , $k = 1, 2$.	<pre>> z1 := -2; z2 := 3 z1 := -2 z2 := 3</pre>
Insira o polinômio desejado como um produto de fatores lineares.	<pre>> f := (x - z1) (x - z2) f := (x + 2) (x - 3)</pre>
	-

Expanda os produtos de fatores.	$\triangleright \text{expand}(f)$ $x^2 - x - 6$
---------------------------------	--

3.4 (b) - Solução via Comandos do Maple

Insira os zeros dados, associando-os aos nomes z_k , $k = 1, 2$.	$\triangleright z_1 := -2 + I;$ $z_2 := \text{conjugate}(z_1);$ $z_3 := 1$ $z_1 := -2 + I$ $z_2 := -2 - I$ $z_3 := 1$
Insira o polinômio desejado como um produto de fatores lineares.	$\triangleright f := (x - z_1) (x - z_2) (x - z_3)$ $f := (x + 2 - I) (x + 2 + I) (x - 1)$
Expanda os produtos de fatores.	$\triangleright F := \text{expand}(f)$ $F := x^3 + 3x^2 + x - 5$
Fatore o polinômio sobre os reais.	$\triangleright \text{factor}(F)$ $(x - 1) (x^2 + 4x + 5)$

3.4 (c) - Solução via Comandos do Maple

Insira os zeros dados, associando-os aos nomes z_k , $k = 1, 2$.	$\triangleright z_1 := 1 + 2I;$ $z_2 := \overline{z_1};$ $z_3 := 1;$ $z_4 := 3$ $z_1 := 1 + 2I$ $z_2 := 1 - 2I$ $z_3 := 1$ $z_4 := 3$
Insira o polinômio desejado como um produto de fatores lineares.	$\triangleright f := \prod_{k=1}^4 (x - z_k)$ $f := (x - 1 - 2I) (x - 1 + 2I) (x - 1) (x - 3)$
Expanda os produtos de fatores.	$\triangleright F := \text{expand}(f)$

	$F := x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 15$
Fatore o polinômio sobre os reais.	> $factor(F)$ $(x - 1) (x - 3) (x^2 - 2x + 5)$

3.4 (d) - Solução via Comandos do Maple

Insira os zeros dados, associando-os aos nomes z_k , $k = 1, 2$.	> $z_1 := 7;$ $z_2 := 3 - 4I;$ $z_3 := \overline{z_2}$ $z_1 := 7$ $z_2 := 3 - 4I$ $z_3 := 3 + 4I$
Insira o polinômio desejado como um produto de fatores lineares.	> $f := (x - z_1) (x - z_2) (x - z_3)$ $f := (x - 7) (x - 3 + 4I) (x - 3 - 4I)$
Expanda os produtos de fatores.	> $F := expand(f)$ $F := x^3 - 13x^2 - 175 + 67x$
Fatore o polinômio sobre os reais.	> $factor(F)$ $(x - 7) (x^2 - 6x + 25)$

Exercícios - Capítulo 2

Para as funções polinomiais quadráticas dadas nos exercícios 2.1 - 2.6, esboçar um gráfico e determinar as interseções em x e y . Como as interseções em x são os zeros dos polinômios, estas podem ser encontradas pela fórmula quadrática.

2.1. $f(x) = x^2 - 8x + 12$

2.2. $f(x) = x^2 + 2x - 63$

2.3. $f(x) = x^2 - 3x - 10$

2.4. $f(x) = x^2 - 2x - 8$

2.5. $f(x) = 2x^2 - x + 5$

2.6. $f(x) = 7x^2 + 6x - 8$

Para as funções polinomiais cúbicas dadas nos exercícios 2.7 - 2.12, esboçar o gráfico e determinar as interseções em x e y . Como as interseções em x são os zeros dos polinômios, estas podem ser encontradas aproximadamente pelo gráfico ou, exatamente, pela fatoração do polinômio sobre os números reais.

2.7. $f(x) = x^3 + 11x^2 + 20x - 32$

2.8. $f(x) = x^3 - 23x^2 + 175x - 441$

2.9. $f(x) = x^3 - 14x^2 + 39x + 54$

2.10. $f(x) = x^3 + 4x^2 - 29x + 24$

2.11. $f(x) = 4x^3 - 8x^2 + 4x - 8$

2.12. $f(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$

Para as funções polinomiais quárticas dadas nos exercícios 2.13 - 2.18, esboçar um gráfico e determinar as interseções em x e y . Como as interseções em x são os zeros dos polinômios, estas podem ser encontradas aproximadamente pelo gráfico ou, exatamente, pela fatoração do polinômio sobre os números reais.

2.13. $f(x) = x^4 - 6x^3 - 45x^2 + 122x + 360$

2.14. $f(x) = x^4 - 6x^3 - 45x^2 + 274x - 336$

2.15. $f(x) = x^4 - 7x^3 - 24x^2 + 112x + 128$

2.16. $f(x) = x^4 - 13x^2 + 52x - 40$

2.17. $f(x) = x^4 - 13x^2 + 52x - 40$

2.18. $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + 29x - 114$

Nos exercícios 2.19 - 2.20, um zero complexo de um polinômio quártico com coeficientes reais é dado. Encontrar os três zeros restantes. *Dica:* Usar algum comando para encontrar todos os zeros, como nos exercícios 2.13 - 2.18. De outra maneira, encontrar o fator quadrático correspondente ao zero complexo dado, e usar a divisão longa para encontrar o outro fator quadrático, que então resultará na fórmula quadrática. (A aritmética complexa é tratada com maior profundidade no capítulo de números complexos.)

2.19. $f(x) = 6x^4 - 56x^3 + 406x^2 + 276x + 148$ com zero $5 + 7i$

2.20. $f(x) = x^4 - 5x^3 + 29x^2 - 13x - 116$ com zero $2 - 5i$

Nos exercícios 2.21 - 2.24, encontrar o polinômio mônico real de menor grau que possua os números

dados como zeros.

2.21. $\{-3, 2\}$

2.22. $\{-2, 3, 3\}$

2.23. $\{2, 2, 3 - 5i\}$

2.24. $\{1 + i, 2 - 3i\}$

